TP 11: Conservation de l'énergie - Correction

Objectifs: Analyser les transferts énergétiques au cours d'un mouvement d'un point matériel.
Pratiquer une démarche expérimentale pour étudier l'évolution des énergies cinétique, potentielle et mécanique d'un oscillateur.

I°) Pendule simple et pendule pesant

Pendule simple : c'est un pendule modélisé par ***un solide ponctuel de masse m*** et de centre de gravité G, le tout est accroché a un fil de longueur $L = OG$ (le fil est inextensible).

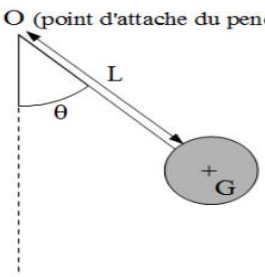
Pendule pesant : c'est un pendule réel de masse ***m*** et de centre de gravité G, accroché à un fil de longueur ***L***.

La position de la masse est repéré par l'***élongation*** angulaire $\theta(t)$ *par* rapport à la verticale qui est la position d'équilibre stable du pendule.

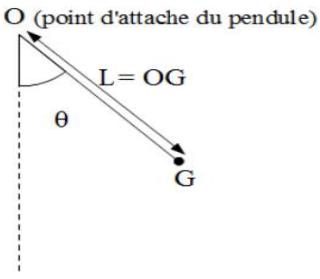
Dans la suite du TP, on négligera ***les frottements*** car l'amortissement est faible.

II°) Période T d'un pendule

Période d'un pendule : La période **T** d'un pendule est le temps que met la masse pour faire une oscillation. (elle part est revient à sa position)



Pendule pesant



Pendule simple

→ D'après vous, quel(s) paramètre(s) peuvent influencer la période **T** du pendule.

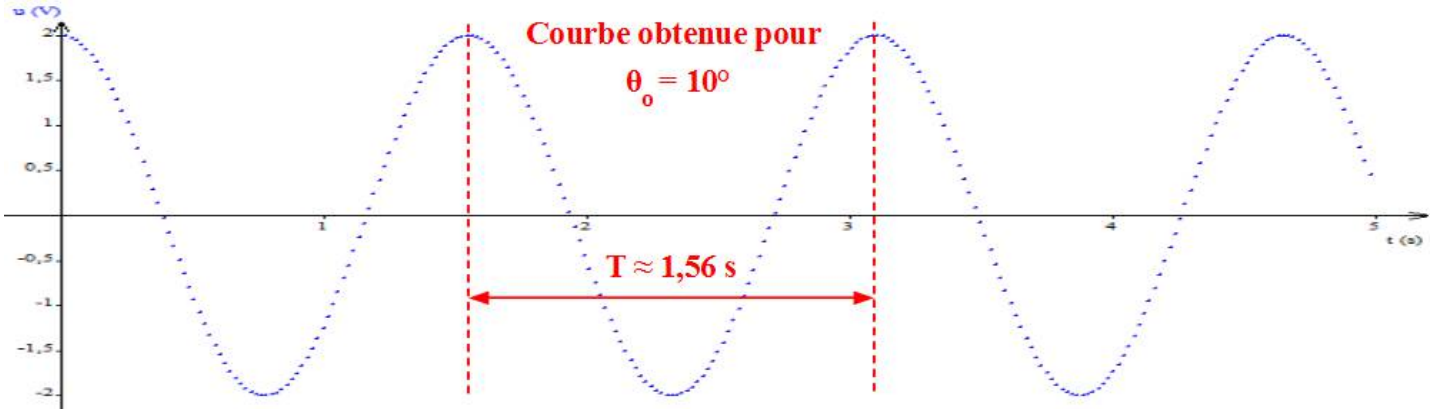
Les seules paramètres que l'on peut modifier sont : l'élongation θ_0, la longueur de la corde *L*, la masse *m*.

a°) Isochronisme des petites oscillations

• Avec le pendule disponible sur votre bureau, vérifier que la période **T** ne dépend pas de l'angle θ_0 qui est l'angle au départ. (Le pendule sera lâché sans vitesse initiale).

Utiliser **Généris 5** pour faire les mesures. (Voir mode d'emploi)

dans ce cas L est fixé et vaut 0,6 m, avec Généris5+ on obtient le graphique suivant :



θ_o (°)	5°	10°	15°	20°
T (s)	**1,56**	**1,56**	**1,57**	**1,57**

→ Pourquoi dit-on qu'il y a ***isochronisme*** des petites oscillations ?

La période T des oscillations est indépendante de l'élongation maximale du pendule.
(Du moment que $\theta_o < 20°$ donc pour les petits angles)

Remarque : si θ_o devient trop grand alors l'isochronisme n'est plus vérifié.

b°) Influence de la masse *m* sur la période T

• Modifier la masse ***m*** du pendule et relever la période **T**. Compléter alors le tableau suivant :
(vous prendrez $\theta_o < 20°$) **(dans ce cas L est fixé et vaut 0,6 m)**

m (kg)	50	100	150
T (s)	**1,56**	**1,56**	**1,56**

Conclure : **La période T des oscillations est indépendante de la masse *m* du pendule**

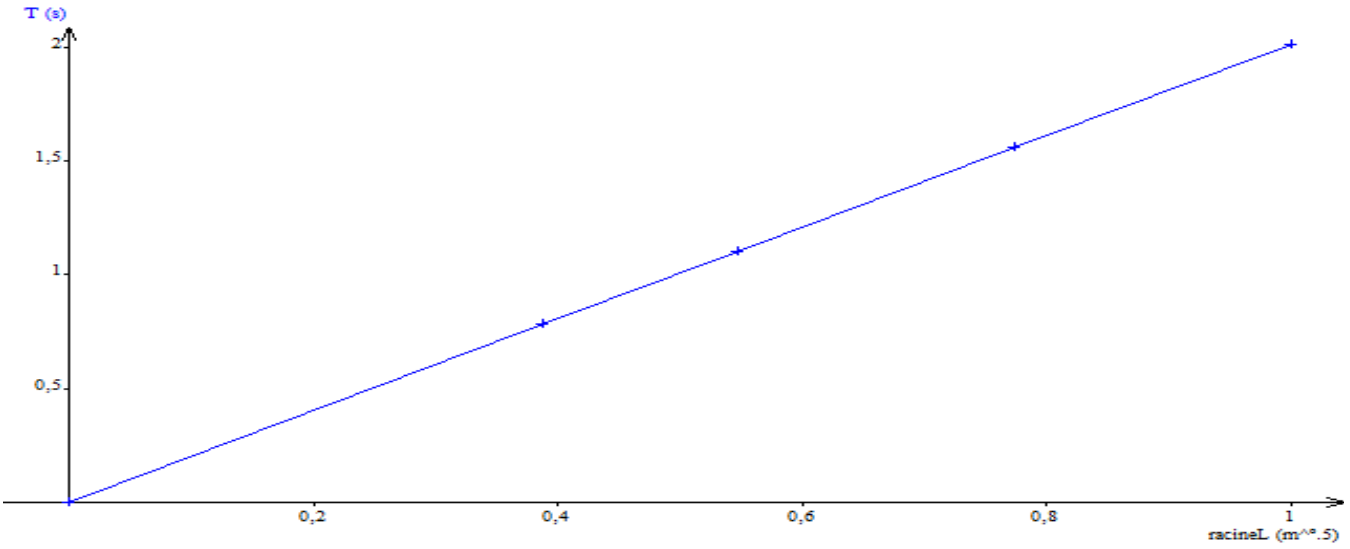
c°) Influence de la longueur sur la période

• Faire varier la longueur ***L*** du pendule tout en gardant une masse ***m*** constante et $\theta_o < 20°$).
Compléter alors le tableau suivant :

Voici ce que l'on obtient avec Généris5+ pour des longueurs L du tableau ci-dessous :

L **(m)**	**0,15**	**0,30**	**0,60**	**1,00**			
T (s)	**0,78**	**1,10**	**1,56**	**2,01**			
$\sqrt{L}\,(m^{\frac{1}{2}})$	**0,39**	**0,55**	**0,77**	**1,00**			

• Tracer alors sur du papier millimétré, l'évolution de **T** en fonction de $\sqrt{L}$. Conclure.



On voit directement que T est proportionnel à $\sqrt{L}$ et que donc nous avons $T = k\sqrt{L}$ où *k* est le coefficient directeur de la droite du graphique.

Calculons sa valeur : $k = \dfrac{2,01-0}{1,00-0} = 2,01 \text{ s.m}^{-\frac{1}{2}}$

d°) Analyse dimensionnelle

• Parmi les expression proposées ci-dessous, choisir celle qui correspond à la période **T** d'un pendule.

$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{1}{L.g}}$ $\quad$ $T = 2.\pi.\sqrt{L.g}$ $\quad$ $T = 2.\pi.\sqrt{\frac{L}{g}}$ $\quad$ $T = 2.\pi.\sqrt{\frac{g}{L}}$

La 3ième est la seule qui soit correcte, en effet nous avons $[L]=\text{m}$ et $[g]=\text{m.s}^{-2}$ et donc nous avons $\sqrt{\frac{[L]}{[g]}}=\sqrt{\frac{m}{m.s^{-2}}}=s$ donc $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$.

• Grâce à la courbe précédente en déduire la valeur de ***g*** le champ de pesanteur terrestre.
En déduire la masse de la Terre $\mathbf{M_T}$.

On a trouvé que $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}=k\sqrt{L}$ avec $k = 2{,}01\ \text{s.m}^{-\frac{1}{2}}$ le coefficient directeur de la droite.

Donc on en déduit que $k=\frac{2\pi}{\sqrt{g}}$ soit encore $g=\frac{4\pi^2}{k^2}=\frac{4\pi^2}{2{,}01^2}=9{,}77\ m.s^{-2}$.
On rappelle que le poids *P* est la force de gravitation exercée par un astre sur un objet de masse *m* placé à sa surface.

On a donc $P=m.g=\frac{G\,m\,M_T}{R_T^{\,2}}$ et donc $g=\frac{G\,M_T}{R_T^{\,2}}$ et donc la masse de la Terre vaut :

$$M_T=\frac{g\,R_T^{\,2}}{G}=\frac{9{,}77\times6400\times10^3}{6{,}67\times10^{-11}}=6{,}00\times10^{24}\text{kg}$$

Remarque : par la simple mesure de la période d'une pendule, on peut calculer le champ de pesanteur local d'un lieu. Ainsi on peut s'apercevoir que *g* n'a pas la même valeur à l'équateur g = 9,78 m.s^{-2} qu'aux pôles g = 9,83 m.s^{-2}. Donc la Terre n'est pas une sphère parfaite (plutôt une ellipsoïde) , elle est aplatie aux pôles. Son rayon à l'équateur vaut R = 6378 km et aux pôles R = 6357 km.

III°) Étude énergétique d'un oscillateur

a°) Quelques petits rappels de 1ère S

Ce qui suit permettra de faire quelques rappels sur les différentes énergies qui sont utiles en mécanique.

1°) Rappeler l'expression de l'énergie cinétique E_C d'un objet de masse ***m*** se déplaçant à la vitesse ***v***.

On a $E_C=\frac{1}{2}mv^2$.

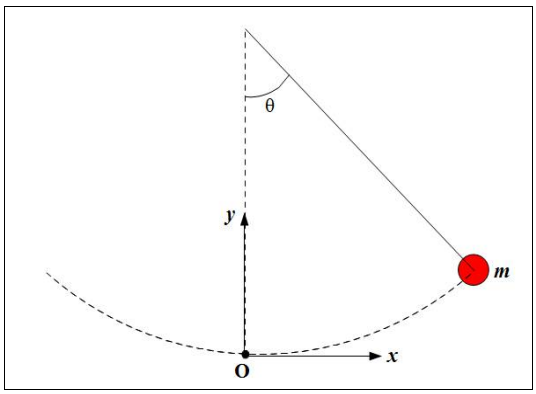
2°) Rappeler l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur E_p d'un objet de masse ***m*** placé à une altitude ***h*** par rapport à un point de référence et dans le champs de pesanteur terrestre.

On a $E_P=m\,g\,h$.

3°) Rappeler la définition de l'énergie mécanique E_m. Quelle propriété très importante vérifie E_m ?

On a $E_m=E_C+E_P$.

b°) Vérification sur le pendule



Étudions le mouvement pendulaire d'une masse ***m* = 14,0 g** accrochée à une ficelle de longueur ***L* = 30,0 cm**

L'étude se fera avec la vidéo et on utilisera le logiciel ***Régavi***.
Pour cela, faire *Régressi* → *Fichier* → *Nouveau* → *Régavi*.

• Cliquer alors sur *lecture* d'une vidéo puis allez chercher la vidéo dans le bon répertoire.

c°) Étalonnage et pointage de la vidéo

• Placer l'origine du repère. Pour cela il faut repérer le point le plus bas de la trajectoire (vous pouvez avancer d'image en image pour voir où il se situe).

• Étalonner l'image vidéo en longueur avec les repères.

• Cliquez sur Mesures et pointez les positions successives de la masse ***m*** au cours du temps (3 ou 4 périodes).

Voici ce que l'on obtient :

d°) Étude des données

• Quand vous avez fini votre pointage, envoyez toutes les données sous ***Régressi***.

- Faire calculer la vitesse v_x en cliquant sur Ajouter puis cocher ***Dérivée***. Entrer alors le symbole ainsi que l'unité.

- Faire calculer la vitesse v_y de la même manière.

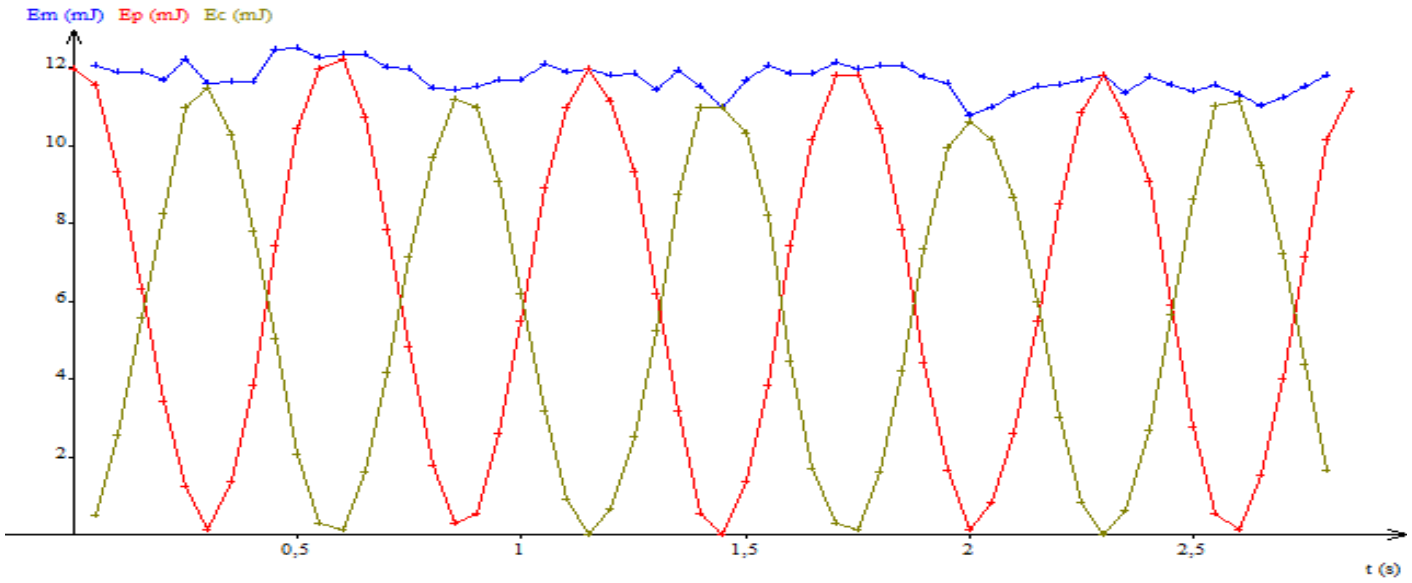
- Puis faire calculer la norme de la vitesse v de la masse.

Il faut se souvenir que la norme de la vitesse est donnée par $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ **.**

- Créer les colonnes donnant la valeur de l'énergie cinétique E_c ainsi que l'énergie potentielle E_p et l'énergie mécanique E_m.

Remarque : pour calculer E_p, il suffit d'entrer $E_p = m.g.y$ (car la hauteur atteinte par la masse est $h = y$)

1°) Sur un même graphique, montrer l'évolution de ces 3 énergies, imprimer votre résultat.
(sinon reproduire rapidement votre graphique)



2°) La conservation de l'énergie est-elle vérifiée ?

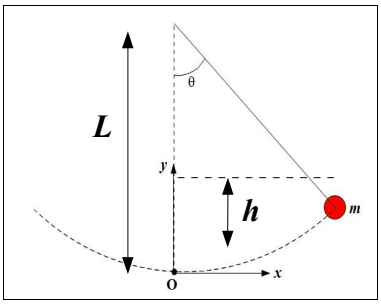
On observe que l'énergie mécanique reste quasiment constante. On en conclue qu'il y a conservation de l'énergie mécanique.

3°) Décrire les échanges énergétiques entre E_c et Ep.

On constate qu'il y a échange entre l'énergie potentielle et l'énergie cinétique. Quand E_c et maximale alors E_p et minimale et inversement.

e°) Étude théorique

1°) Exprimer l'énergie potentielle E_p en fonction de m,g,L et θ.



D'après l'image ci-contre, on voit que $h = L - L\,cos(\theta) = L\,(1-cos(\theta))$ **et donc nous avons :**

$$E_p = m.g.h = m.g.L\,(1-cos(\theta))$$

2°) Au début, la masse est lâchée sans vitesse initiale, que vaut la valeur de l'énergie cinétique E_{co} à cette date ?

A cette date nous avons $E_{co} = 0$ car il n'y a pas de vitesse.

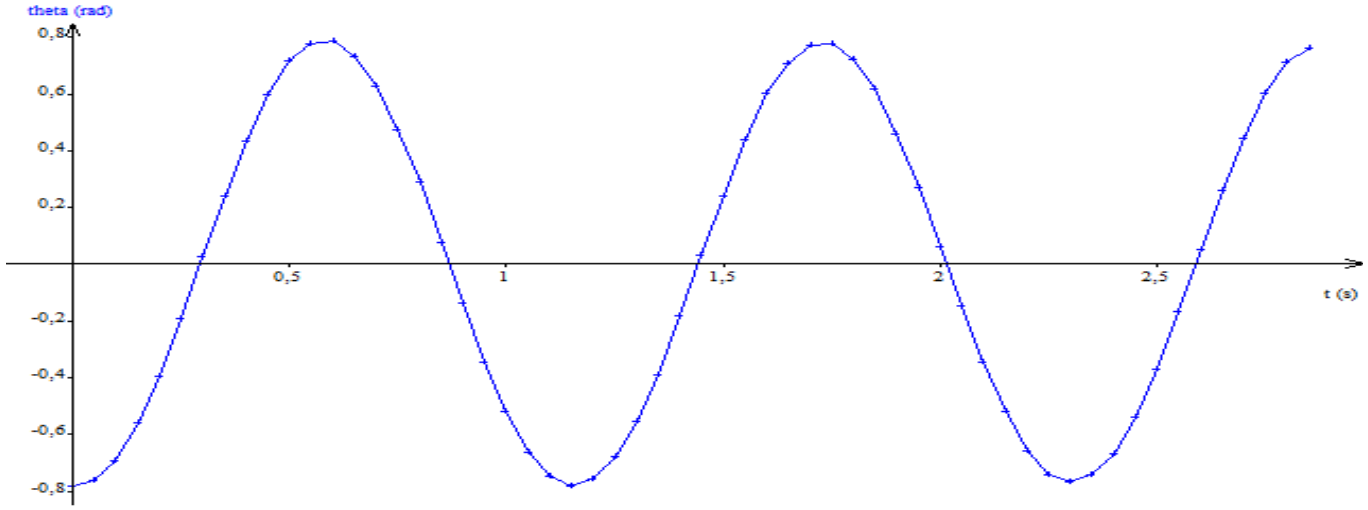
3°) Que vaut l'énergie potentielle à ce moment sachant que l'angle vaut θ_o ? Que vaut θ en fonction de x, L et y ? Faire calculer au logiciel cet angle θ au cours du temps. Trouver alors par lecture graphique la valeur de θ_o.

A la date t = 0, nous avons alors $E_{po} = m.g.L\,(1-cos(\theta_o))$ **.**

Toujours d'après la figure précédente, nous avons $\tan(\theta) = \dfrac{x}{(L-y)}$

On demande au logiciel de tracer directement $\theta = atan\left(\dfrac{x}{(L-y)}\right)$ **.**

Voici ce que l'on obtient :



Par lecture graphique, on a θ_o = 0,79 rad = 45 °

4°) De la conservation de l'énergie, que vaut la vitesse lorsque la masse est au plus bas de la trajectoire ?
Donnée : g = 9,81 m.s^{-2}. Vérifier votre valeur avec les courbes précédentes.

Initialement $E_{mo} = E_{co} + E_{po} = E_{po}$ car il n'y a pas de vitesse donc $E_{co} = 0$.

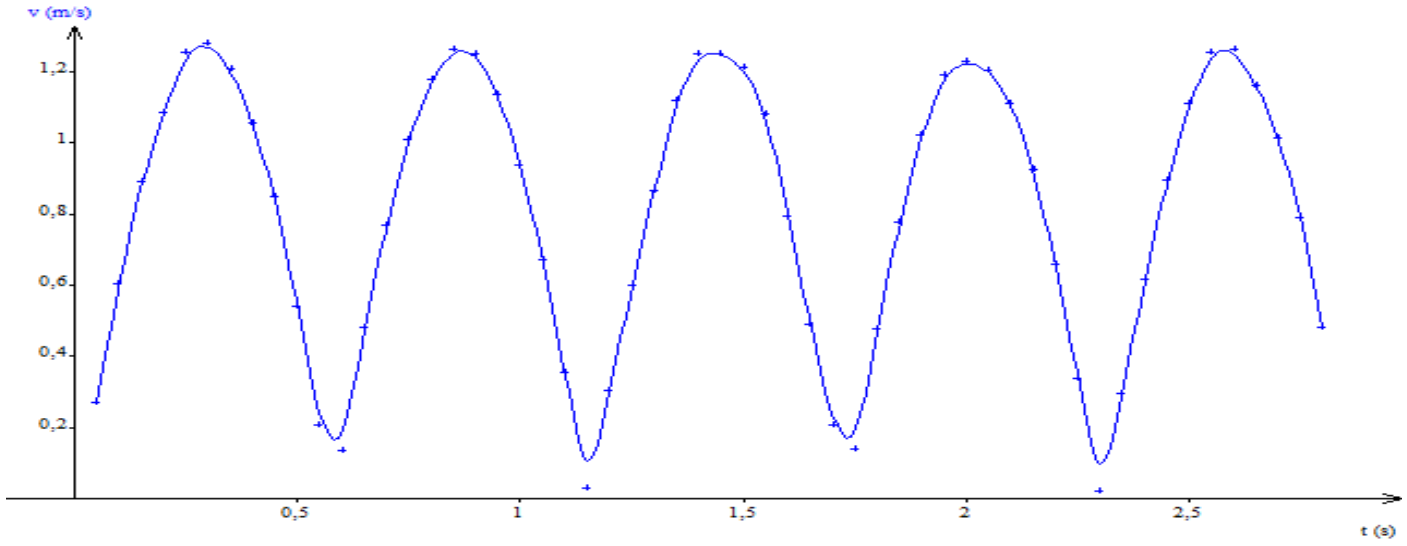
Lorsque la masse est au plus bas de sa trajectoire, on a $h = 0$ et donc $E_{mb} = E_{cb} + E_{pb} = E_{cb}$

D'après la conservation de l'énergie, nous avons $E_{mo} = E_{mb}$ et donc $E_{po} = E_{cb}$

$m.g.L\left(1-\cos(\theta_o)\right)=\frac{1}{2}m v_b^2$ ce qui donne $\boldsymbol{v_b=\sqrt{2gL\left(1-\cos(\theta_o)\right)}}$

Application numérique : $v_b=\sqrt{2\,g\,L\left(1-\cos(\theta_o)\right)}=\sqrt{2\times 9{,}81\times 0{,}30\times\left(1-\cos(0{,}79)\right)} = 1{,}3\ m.s^{-1}$

Si on affiche la vitesse au cours du temps voici ce que l'on obtient :



On voit bien que la vitesse maximum est environ de 1,3 m.s^{-1}.